Simulare - Examenul de bacalaureat național - ianuarie 2025

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare, pentru rezolvări parțiale, în limita punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_5=\frac{a_4+a_6}{2}=\frac{-3+1}{2}=-1, r=a_6-a_5=1-(-1)=2$	**3p**
	$a_3=a_4-r=-3-2=-5, a_2=a_3-r=-5-2=-7$	**2p**
2.	$(f\circ f)(1)=f(2+m)=2(2+m)+m=4+3m$	**3p**
	$4+3m=2+m\Rightarrow m=-1$	**2p**
3.	$\sqrt{1+3x}=1-x\Rightarrow 1+3x=(1-x)^2\Rightarrow 1+3x=1-2x+x^2$	**2p**
	Ecuația devine $x^2-5x=0$ cu soluțiile $x_1=0, x_2=5$	**2p**
	Se observă că doar $x_1=0$ verifică ecuația, deci soluția unică este $x=0$	**1p**
4.	Numărul tuturor submulțimilor mulțimii A este 2^n, unde $n=\text{card}(A)=5$, deci $2^n=2^5=32\Rightarrow$ sunt 32 de cazuri posibile	**2p**
	Numărul submulțimilor cu două elemente este C_n^2, deci $C_5^2=10\Rightarrow$ sunt 10 cazuri favorabile	**1p**
	$P=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$, deci $P=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$	**2p**
5.	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\frac{\overrightarrow{BC}}{2}$	**3p**
	$\overrightarrow{AM}=4\vec{i}-3\vec{j}+\frac{2\vec{i}-4\vec{j}}{2}=5\vec{i}-5\vec{j}$	**2p**
6.	Din teorema sinusurilor rezultă $\frac{BC}{\sin A}=2R\Rightarrow\frac{10}{\sin A}=10\Rightarrow\sin A=1\Rightarrow A=90^\circ$	**2p**
	Folosind teorema lui Pitagora $AC^2=BC^2-AB^2=100-36=64\Rightarrow AC=8$	**1p**
	Triunghiul ABC este dreptunghic deci $\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$A(1,2)=\begin{pmatrix}2&1&3\\1&-1&1\\1&2&2\end{pmatrix}$, $\det(A(1,2))=\begin{vmatrix}2&1&3\\1&-1&1\\1&2&2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=-4+6+1+3-4-2=0$	**3p**
b)	$A^2(x,1)=A(x,1)\cdot A(x,1)=\begin{pmatrix}x^2+7&x+6&x^2+9\\2x&x^2+2x+1&3x\\2x+3&x&2x+4\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}x^2+7&x+6&x^2+9\\2x&x^2+2x+1&3x\\2x+3&x&2x+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}16&9&18\\6&16&9\\9&3&10\end{pmatrix}\Rightarrow x=3$ care verifică toate ecuațiile	**2p**

c)	$A(x,m)$ este inversabilă pentru orice $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\det(A(x,m))\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ $\det(A(x,m))=(1-m)x^2+2x+3-2m$; $(1-m)x^2+2x+3-2m\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta<0$ $\Delta=-4(2m^2-5m+2)$; $-4(2m^2-5m+2)<0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup(2,+\infty)$	**1p** **2p** **2p**
2. a)	$2^m\circ 2^n=1+\log_2 2^m+\log_2 2^n=$ $=1+m+n,(\forall)\ m,n\in\mathbb{N}^*$	**2p** **3p**
b)	$2^2\circ 2^3=6$, $a=(2^2\circ 2^3)\circ 2^4=6\circ 2^4=5+\log_2 6$, $2^3\circ 2^4=8=2^3$, $b=2^2\circ(2^3\circ 2^4)=2^2\circ 2^3=6$, $\log_2 6>\log_2 4=2\Rightarrow 5+\log_2 6>7>6\Rightarrow a>b$	**2p** **2p** **1p**
c)	Din punctul a) rezultă $S=(1+1+2)+(1+3+4)+\ldots+(1+2025+2026)\Rightarrow S=1013+\frac{2026\cdot 2027}{2}$ $\Rightarrow S=1013(1+2027)\Rightarrow S=1013\cdot 3\cdot 26^2$, deci $S\,\vdots\,26^2$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$f'(x)=2x+2-\frac{2}{x+1}=$ $=\frac{2x^2+4x+2-2}{x+1}=\frac{2x(x+2)}{x+1},x\in(-1,\infty)$	**3p** **2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a,f(a))$ are panta egală cu $f'(a)$ și, cum dreapta de ecuație $y=3x+2025$ are panta egală cu 3, obținem $f'(a)=3$ $\frac{2a(a+2)}{a+1}=3\Leftrightarrow 2a^2+a-3=0$ și, cum $a\in(-1,\infty)$, obținem $a=1$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(-1,0]\Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-1,0]$ și $f'(x)\geq 0$, pentru orice $x\in[0,\infty)\Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,\infty)$; cum f este continuă, obținem $f(x)\geq f(0)$ pentru orice $x\in(-1,\infty)$ Deoarece $f(0)=0$ rezultă că $f(x)\geq 0,$ pentru orice $x\in(-1,\infty)$ $x^2+2x\geq 2\ln(x+1)\Leftrightarrow(x+1)^2\geq 2\ln(x+1)+1$, pentru orice $x\in(-1,\infty)$	**3p** **2p**
2. a)	$\int_0^1(x+3)f(x)dx=\int_0^1(2x+3)dx=(x^2+3x)\Big\vert_0^1=$ $=1+3-0=4$	**3p** **2p**
b)	$\int_1^e\frac{1}{x(\ln x+3)f(\ln x)}dx=\int_1^e\frac{1}{x(2\ln x+3)}dx=\frac{1}{2}\ln(2\ln x+3)\Big\vert_1^e=$ $=\frac{1}{2}(\ln 5-\ln 3)=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$	**3p** **2p**
c)	$I_n=\int_0^1 e^x(2x+3)^n dx=e^x(2x+3)^n\Big\vert_0^1-2n\int_0^1 e^x(2x+3)^{n-1}dx=$ $=e\cdot 5^n-3^n-2nI_{n-1}$, deci $I_n+2nI_{n-1}=e\cdot 5^n-3^n$, pentru orice număr natural $n,n\geq 1$	**3p** **2p**