Simularea examenului de bacalaureat
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științele-naturii

• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I **30 puncte**

1.	$z=\frac{1-3i}{1+i}=\frac{(1-3i)(1-i)}{2}=-1-2i$	**3p**
	$\lvert z+5-i\rvert=\lvert 4-3i\rvert=\sqrt{16+9}=5$	**2p**
2.	$(f\circ f)(x)=f(f(x))=4x+3a$ $2f(x)+f(a)=4x+5a$	**3p**
	$4x+3a=4x+5a,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 3a=5a\Leftrightarrow a=0$	**2p**
3.	$\log_2(x-6)+\log_2(x+6)=2\Leftrightarrow \log_2(x-6)(x+6)=2\Leftrightarrow (x-6)(x+6)=2^6$	**3p**
	$x^2=100$, de unde soluția $x_1=-10$, care nu convine și $x_2=10$, care convine.	**2p**
4.	Submulțimile lui A, cu patru elemente, dintre care exact două sunt numere prime, conțin două elemente numere prime și două elemente numere care nu sunt prime. Cele două numere prime se aleg din mulțimea $\{2,3,5,7\}$, adică în C_4^2 moduri Cele două numere care nu sunt prime se aleg din mulțimea $\{1,4,6,8,9\}$, adică în C_5^2 moduri	**3p**
	Numărul acestor submulțimi este $C_4^2\cdot C_5^2=6\cdot 10=60$	**2p**
5.	$\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow (a-2)(-a)+a\cdot 3=0\Leftrightarrow a^2-5a=0$	**3p**
	$a(a-5)=0$, de unde soluțiile $a_1=0$ și $a_2=5$	**2p**
6.	$\sin^2 A+\cos^2 A=1\Leftrightarrow \sin A=\pm\frac{4}{5}$ $A\in(0,\pi)\Rightarrow \sin A>0$, deci $\sin A=\frac{4}{5}$	**2p**
	$A_{ABCD}=AB\cdot AD\cdot\sin A=48$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **30 puncte**

1.a)	$A(m)+A(-m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1\\ 1 & m & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -m & 1 & 1\\ 1 & -m & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2\\ 2 & 0 & 2\\ 2 & 2 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$2\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}=2A(0)$	**2p**

b)	$\det\left(A(m)\right)=\begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=m^2+1+1-m-m-1=(m-1)^2$ $A(m)$ nu este inversabilă $\Leftrightarrow \det\left(A(m)\right)=0 \Leftrightarrow (m-1)^2=0 \Leftrightarrow m=1$	**3p** **2p**
c)	$\det\left(A(2^x)\cdot A(-2^x)\right)=\det\left(A(2^x)\right)\cdot\det\left(A(-2^x)\right)$ Conform b) $\det\left(A(2^x)\right)=(2^x-1)^2$ și $\det\left(A(-2^x)\right)=(2^x+1)^2$ $(2^x-1)^2\cdot(2^x+1)^2=\frac{1}{4}\Leftrightarrow(2^{2x}-1)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2\Leftrightarrow\lvert 2^{2x}-1\rvert=\frac{1}{2}$ $2^{2x}-1=-\frac{1}{2}$, de unde soluția $x_1=-\frac{1}{2}$ și $2^{2x}-1=\frac{1}{2}$, de unde soluția $x_2=\frac{1}{2}(\log_2 3-1)$	**3p** **2p**
2.a)	$(-1)*1=7$ și $(-1)*(-1)=1$ $[(-1)*1]+[(-1)*(-1)]=7+1=8$	**3p** **2p**
b)	$(-x)*x=-3x^2+10$ $-3x^2+10\geq 7\Leftrightarrow x^2-1\leq 0\Leftrightarrow x\in[-1,1]$	**3p** **2p**
c)	$x*y=3(x+2)(y+2)-2, \forall x,y\in\mathbb{R}$ $k*k*k=3^2(k+2)^3-2$ $\lvert 3^2(k+2)^3-2\rvert=2\Leftrightarrow 3^2(k+2)^3-2=\pm 2$, de unde soluția $k_1=-2\in\mathbb{Z}$ și $k_2=-2-\sqrt[3]{\frac{4}{9}}\notin\mathbb{Z}$; deci $k=-2$ solutie unică în $\mathbb{Z}$.	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **30 puncte**

1.a)	$f'(x)=\left(\frac{x}{x^2+1}\right)'=\frac{x'(x^2+1)-x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=$ $=\frac{x^2+1-x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$f(2)=\frac{2}{5}$, $f'(2)=-\frac{3}{25}$ și tangenta la graficul funcției are ecuația $y-\frac{2}{5}=-\frac{3}{25}(x-2)$ Punctul $A(-3,\ 1)$ aparține tangentei dacă $1-\frac{2}{5}=-\frac{3}{25}(-3-2)\Leftrightarrow-\frac{3}{5}=-\frac{3}{25}\cdot(-5)\Leftrightarrow-\frac{3}{5}=-\frac{3}{5}$ ceea ce este adevărat	**3p** **2p**
c)	Pentru $x\in(-\infty,-1]$ și $x\in[1,+\infty)$, $f'(x)\leq 0$ și f este descrescătoare pe aceste intervale $f(-1)=-\frac{1}{2}$, $f(1)=\frac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$, deci $f(x)\in\left[-\frac{1}{2},0\right)$ pentru $x\in(-\infty,-1]$ și $f(x)\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$ pentru $x\in[1,+\infty)$, prin urmare $\lvert f(x)\rvert\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$ pentru orice $x\in(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$	**2p** **3p**
2.a)	$\int_{-1}^{1}f(x)\cdot e^x dx=\int_{-1}^{1}(2-3x)dx=\left.\left(2x-3\frac{x^2}{2}\right)\right\vert_{-1}^{1}=$	**3p**

	$=2\cdot 1-3\dfrac{1^2}{2}-\left(2\cdot(-1)-3\dfrac{(-1)^2}{2}\right)=2-\dfrac{3}{2}+2+\dfrac{3}{2}=4$	**2p**
b)	Fie F o primitivă a lui $f\Rightarrow F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}$ $x\in\left[\dfrac{2}{3},\infty\right)\Rightarrow 2-3x\le 0$ și $e^x>0,\forall x\in\mathbb{R}$,deci $\dfrac{2-3x}{e^x}\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ $F'(x)=\dfrac{2-3x}{e^x}\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow F(x)$ concavă pe $\mathbb{R}$	**3p** **2p**
c)	$\int_1^a f(\ln x)dx=\int_1^a\dfrac{2-3\ln x}{x}dx=2\cdot\int_1^a\dfrac{1}{x}dx-3\int_1^a\dfrac{\ln x}{x}dx=\left(2\ln x-3\dfrac{\ln^2 x}{2}\right)\Big\|_1^a=2\ln a-\dfrac{3}{2}\ln^2 a$ $2\ln a-\dfrac{3}{2}\ln^2 a=-2\Leftrightarrow 3\ln^2 a-4\ln a-4=0$ cu soluțiile $a_1=e^{-\frac{2}{3}}$, care nu convine și $a_2=e^2$,care convine.	**3p** **2p**