COLEGIUL NAȚIONAL „MATEI BASARAB"
BUCUREȘTI, SECTOR 3

CATEDRA DE MATEMATICĂ

Simularea examenului de bacalaureat
Clasa a XII-a, științe ale naturii
22 ianuarie 2025

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timp de lucru 3 ore.**

SUBIECTUL I

5p	**1.** Calculați $\lvert z+5-i\rvert$, dacă $z=\dfrac{1-3i}{1+i}$.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+a$. Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care $(f\circ f)(x)=2f(x)+f(a)$, pentru orice x real.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x-6)=6-\log_2(x+6)$.
5p	**4.** Fie mulțimea $A=\{1,2,3,\ldots,9\}$. Determinați numărul submulțimilor lui A, cu patru elemente, dintre care exact două sunt numere prime.
5p	**5.** Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u}=(a-2)\vec{i}+a\vec{j}$ și $\vec{v}=-a\vec{i}+3\vec{j}$ sunt perpendiculari.
5p	**6.** Determinați aria paralelogramului $ABCD$, știind că $AB=10, AD=6$ și $\cos A=\dfrac{3}{5}$.

SUBIECTUL II

	1. Se consideră matricele pătratice de forma $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, cu $m\in\mathbb{R}$.
5p	**a)** Arătați că $A(m)+A(-m)=2A(0)$, pentru orice $m\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați numărul real m pentru care matricea $A(m)$ **nu** este inversabilă.
5p	**c)** Determinați numerele reale x pentru care $\det\left(A(2^x)\cdot A(-2^x)\right)=\dfrac{1}{4}$.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție asociativă $x*y=3xy+6x+6y+10$.
5p	**a)** Calculați $[(-1)*1]+[(-1)*(-1)]$.
5p	**b)** Determinați valorile reale ale lui x cu proprietatea că $(-x)*x\ge 7$.
5p	**c)** Demonstrați că există un unic număr întreg k astfel încât $\lvert k*k*k\rvert=2$.

SUBIECTUL III

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(1-x)(1+x)}{\left(1+x^2\right)^2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Demonstrați că punctul $A(-3,\ 1)$ aparține tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice $x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$, $|f(x)| \in \left(0, \frac{1}{2}\right]$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2-3x}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{1} f(x)\cdot e^x dx = 4$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este descrescătoare pe intervalul $\left[\frac{2}{3}, \infty\right)$.

5p **c)** Determinați numărul $a \in (1, +\infty)$, astfel încât $\int_1^a f(\ln x)\, dx = -2$.